***LS EL Alia Devoir de synthèse n°****1* ***A.S : 2019/2020***

***Prof : Tlich Ahmed (Bac Science 2) Durée: 2h***

**Exercice n°1 ( 5 points)**

L’espace est munie d’un repère orthonormé ( ) .

On considère les points A(1,1,2) , B( 1,-1,-2) ,C(2,-1,3) et D(2,2,2).

1) a) Calculer les composantes du vecteur   puis déduire que A, B et C ne sont

 pas alignés.

 b) Calculer la distance du point C à la droite (AB).

 c) Vérifier que AC = d(C,(AB) puis déduire la nature du triangle ABC.

 d) Déterminer l’aire du triangle ABC.

2) a) Vérifier que les points A, B, C et D ne sont pas coplanaires.

 b) Déterminer le volume du tétraèdre ABCD.

 c) Soit H le projeté orthogonal de D sur le plan (ABC). Calculer DH.

3) Soit le point E (2, 2+3$∝$,$2-∝$) où $∝$ est un réel.

 a) Vérifier que E appartient à la droite (DC)

 b) Déterminer $∝$ pour que E soit le projeté orthogonale de A sur (DC)

**Exercice n°2 : ( 7 points)**

1) Soit l’équation (E): $Z^{2}-\sqrt{5}\left(1+i\right)Z+5i=0$

 a) Montrer que (E) admet une solution réelle que l’on déterminera.

 b) Déterminer l’autre solution de (E) sous forme exponentielle.

 c) Déduire les solutions de l’équation (E’) : $Z^{4}-\sqrt{5}\left(1+i\right)Z^{2}+5i=0$

 (On admet que $\sqrt{\sqrt{5}}=\sqrt[4]{5}$ )

2) Dans le plan complexe muni d’un repère orthonormé direct (O,). (Unité 2 cm)

On considère les points A, B et C d’affixes respectifs :  ZA = $\sqrt{5}$ , ZB = -1+2i et $Z\_{C}=i\sqrt{5}$

Soit (C) le cercle de centre O et de rayon $\sqrt{5}$.

 a) Placer le point B dans le repère.

 b) Montrer que B appartient au cercle (C).

 c)Construire le cercle (C) puis placer les points A et C.

3) a) Montrer que le triangle OAC est isocèle et rectangle en O.

 b) Déterminer l’affixe du point D pour que OADC soit un carré.

 c) Vérifier que $Z\_{D}=\sqrt{10} e^{i\frac{π}{4}}$

4) La droite (OD) coupe le cercle de (C) en deux points E et E’.

 a) Déterminer graphiquement l’affixe des points E et E’ en justifiant votre réponse.

 b) Vérifier que $Z\_{E}$ et $Z\_{E'}$ sont deux racines quatrièmes de -25.

5) Soit F et F’ les points d’affixes les deux autres racines quatrièmes de -25.

 a) Quelle est la nature du quadrilatère du sommets E, E ’, F et F ’.

 b) Construire F et F’ puis déterminer graphiquement leurs affixes.

**Exercice n°3 ( 8 points)**

Soit la fonction définie sur $\left]0,+\infty \right[$ par $f\left(x\right)=\frac{\sqrt{x^{2}+1}}{x}$

1) a) Montrer que pour tout x  $\left]0,+\infty \right[$ on a :$f^{ '}\left(x\right)=\frac{-1}{x^{2}\sqrt{x^{2}+1}}$

 b) Dresser le tableau de variation de f.

 c) Donner une équation de la tangente (T) à $C\_{f}$ au point A d’abscisse 1.

2) Montrer que l’équation f(x) = x admet dans $\left]0,+\infty \right[$ une unique solution α puis vérifier

 que 1α2.

3) Montrer que pour tout x on a : $\left|f^{'}(x)\right|\leq \frac{\sqrt{2}}{2}$

4) Soit la suite U définie sur IN par U0 =1 et Un+1 = f (Un).

 a) Montrer que pour tout n IN : Un  1.

 b) Monter que pour tout n IN :$\left|U\_{n+1}-∝\right|\leq \frac{\sqrt{2}}{2}$$\left|U\_{n}-∝\right|$

 c) En déduire que : $\left|U\_{n}-∝\right|\leq (\frac{\sqrt{2}}{2})^{n}$

 d) Déduire la limite de la suite U.

5) Soit la fonction g définie sur $\left]0,\frac{π}{2}\right[$ par g(x ) = f(tanx).

 a) Montrer que g est dérivable sur $\left]0,\frac{π}{2}\right[$ puis calculer g’(x).

 b) Vérifier que pour tout $xϵ\left]0,\frac{π}{2}\right[$  : g(x) = $\frac{1}{sinx}$

 c) Dresser le tableau de variation de g.

**Bon travail**